

3B Süperiletken Tellerin Benzeşimi için Yeni ve Verimli Bir Sayısal Model

Fedai İNANIR^{1*}, Şükrü YILDIZ² ve Fedor GÖMÖRY³

¹ Department Physics, Yıldız Technical University, TURKEY

² Department of Metallurgy and Materials Engineering, Ahi Evran University, TURKEY

³ Institute of Electrical Engineering, Slovak Academy of Sciences, Bratislava, Slovakia

* (inanir@yildiz.edu.tr) Email of the corresponding author

Özet – Maxwell denkleminin AV formülasyonu esas alınarak, zamana bağlı bir akım altında süperiletken telin elektromanyetik özelliklerini çözmek için yeni bir sayısal model geliştirilmiştir. Farklı akım genlikleri için alternatif akım (AA) kayıpları hesaplanmış ve iki boyutlu (2B) H formülasyonu ile kıyaslanarak modeller arasında oldukça iyi bir uyum sağlanmıştır. Önerilen model, hesaplama süresini mevcut modellere kıyasla önemli ölçüde azaltmaktadır. 3B'deki akım ve manyetik alan dağılımları, geçen akımın farklı zaman adımları için gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler – 3B modelleme, Yüksek sıcaklık süperiletkenleri, Transport akım

Abstract – A novel numerical model to resolve the electromagnetic properties of superconducting wire under time dependent transport current have been proposed using based on so-called AV formulation of Maxwell equation. AC losses for different current amplitude is evaluated and benchmarked by 2D H- formulation and introduced quite well agreement between the models. The calculation time of the proposed model reduces considerably compared to available models. The current and magnetic field distributions in 3D are shown for different time steps of transport current.

Keywords – 3D Modelling, High temperature superconductor, Transport current.

I. GİRİŞ

Milenyumdan günümüze yüksek sıcaklık süperiletkenlerinin birçok pratik mühendislik cihazları ve uygulamalarındaki performansını analiz etmek için çeşitli sayısal yöntemler geliştirilmesinde önemli gelişmeler sağlanmıştır. Sayısal yöntemler, bobin, kablo, transformatör ve hacimsel gibi birçok formdaki yüksek sıcaklık süperiletken malzemelerin elektromanyetik ve termal özelliklerini incelemek için oldukça güçlü ve kullanışlıdır [1]. İki boyutlu analizlerde akım geçen süperiletken telin oluşturduğu öz alandan kaynaklı kayıplar, büküm açısının değişiminin etkileri vs. problemin tamamı çözülememektedir. Bu tür eksikliklerin giderilmesi için analizlerin üç boyutta yapılması zorunluluk getirmektedir. Ayrıca, iki boyutta yapılan birçok sayısal metotta zorunlu kabuller yapılmış ve iletkenin yapısı tamamen homojen kabul edilip, tellerin şekli, sayısı ve aralarındaki mesafeler ihmal edilmiştir. Buna rağmen bu analizlerle kavramsal sonuçlar elde edilmiştir [2-4].

Süperiletken malzemelerin sonlu elemanlar yöntemi çerçevesinde elektromanyetik davranışlarını analiz etmek için üç ana formülasyon kullanılmaktadır. Bu üç formülasyon; H-formülasyonu [5-8], A-V formülasyonu [9-12] ve T-Ω formülasyonlarıdır [13-15]. Temel olarak Maxwell denklemleri her üç formülasyon için de prensipte eşit olup her bir formülasyon için kısmi diferansiyel denklemlerin çözümü oldukça farklıdır [16]. Bu yöntemlerden en popülerleri olarak H-formülasyonu söylenebilir ve bir çok grup araştırmalarını bu formülasyon çerçevesinde gerçekleştirmiştir. 3B modelleme olarak yine H-formülasyon [17-20] ve T-Ω formülasyon [21-23] kullanılmıştır. Ancak, A-V formülasyonu çerçevesinde henüz bir gelişme sağlanamamıştır.

Bu çalışmada, ikinci nesil bir yüksek sıcaklık süperiletken tel için A-V formülasyonu çerçevesinde sayısal hesaplamalar yapılmış ve geçen akımın farklı zaman periyotları için bu 3B süperiletken içerisinde meydana gelen akım dağılımları gösterilmiştir.

II. MATERYAL METOT

Hesaplamalarda L=5 cm uzunluğunda ve yarıçapı r_{sc}=1 mm olan ve kritik akım yoğunluğu I_c=300 A akım taşıma kapasitesi olan süperiletken bir tel göz önüne alındı. Tel xy-düzleminde yatmakta (Şekil 1) ve z-ekseni boyunca,

$$I_a(t) = I_{max} \sin(2\pi ft) \quad (1)$$

biçiminde sinüzoidal akım akmaktadır. Burada I_{max}, alternatif akımın genliği ve f, frekansdır. Zamanla değişen alternatif akımın oluşturduğu transport kayıplarını hesaplamak için AV-formülasyonuna dayalı yeni bir yöntem geliştirildi. Bu amaçla Ampere-Maxwell denklemi AV formülasyonunda şu şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J}, \\ \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A}, \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H}, \\ \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla V \end{aligned} \quad (2)$$

burada σ, iletkenlik; **A**, vektör potansiyeli; **B**, manyetik alan; μ, bağlı manyetik geçirgenlik, **E**, elektrik alan ve V, potansiyel

gradyentidir. Süperiletken malzemenin elektromanyetik tepkisi için non-lineer iletkenlik yerine, süperiletkenden akım üzerine 3 boyutta şu kısıtlama yapılmıştır [24]:

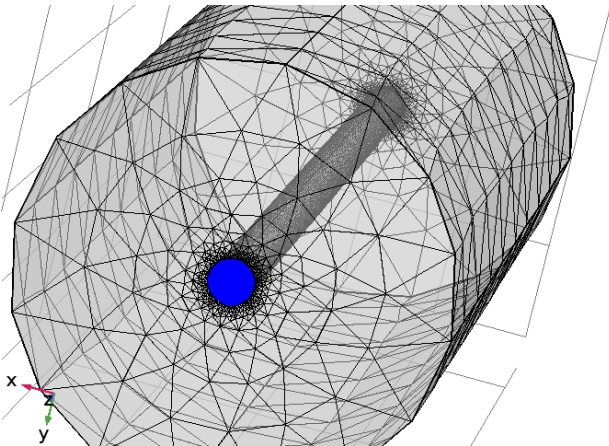
$$\begin{aligned} J_x &= J_c(B, T) \tanh\left(\frac{-\frac{\partial A_x}{\partial t}}{E_c}\right), \\ J_y &= J_c(B, T) \tanh\left(\frac{-\frac{\partial A_y}{\partial t}}{E_c}\right), \\ J_z &= J_c(B, T) \tanh\left(\frac{-\frac{\partial A_z}{\partial t}}{E_c}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Burada J_c , uygulanan dış manyetik alana ve sıcaklığa bağlı kritik akım yoğunluğudur ve $E_c=10^{-4}$ V/m elektrik alan kriteridir.

Sınır şartı olarak süperiletken telin etrafında $R=10 r_{SC}$ yarıçapında silindir biçiminde bir hesaplama uzayı yerleştirildi. Hesaplama uzayında Dirichlet sınır şartı uygulandı ve her noktada manyetik alanın değeri bilindiği kabul edildi, hesaplama uzayı olarak kullanılan dış yüzeyindeki manyetik alan değerleri aşağıdaki ifadelerle göre tanımlandı,

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{I_a(t)}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}} \frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ H_y &= \frac{I_a(t)}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ H_z &= \frac{I_a(t)}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}} \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}} \end{aligned} \quad (4)$$

Hesaplamalar Comsol Multiphysics paket programının AC/DC modülü kullanılarak yapılmıştır. Süperiletken telin ve dış uzayın örgülemesi “meshing” için süperiletken bölgenin çok yoğun bir biçimde örgülenmesi gerekmektedir. Bu amaçla süperiletken telin içerisi “free-triangular”, yüzeyi “swept” ve hesaplama yüzeyi ise “Free-tetrahedral” örgüleme tekniğine göre örgüldü (Şekil 1). 8404 boundary elemanı ve 118264 eleman kullanılmıştır. 3B hesaplamalarda örgüleme elemanın seçimi ve eleman sayısı sonuçları oldukça değiştirmektedir. Bu yüzden yoğun bir örgüleme yapılması tercih edilmelidir. Minimum toplam eleman sayısı böyle bir sistem için 50 000 den aşağı olmamalıdır.



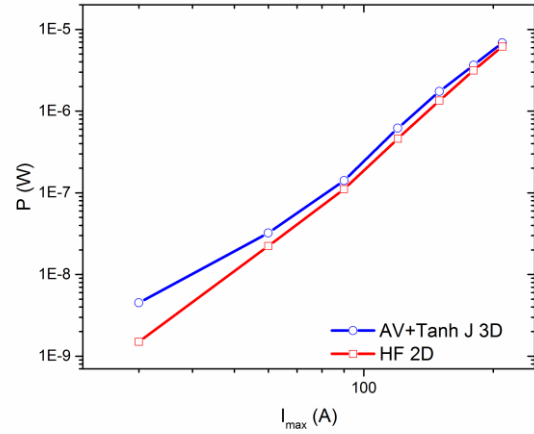
Şekil 1. Süperiletken bir telin 3D hesabında kullanılan örgüleme.

III. BULGULAR VE TARTIŞMA

Modelin geçerliğini göstermek için geliştirilen 3B yöntem ile H-Formülasyonun sonuçları karşılaştırıldı. Bu amaçla süperiletken model telden akım geçirildi ve akımın genliğine karşı oluşan kayıpların benzeşimi yapıldı. Bu amaçla süperiletken telde oluşan kayıplar.

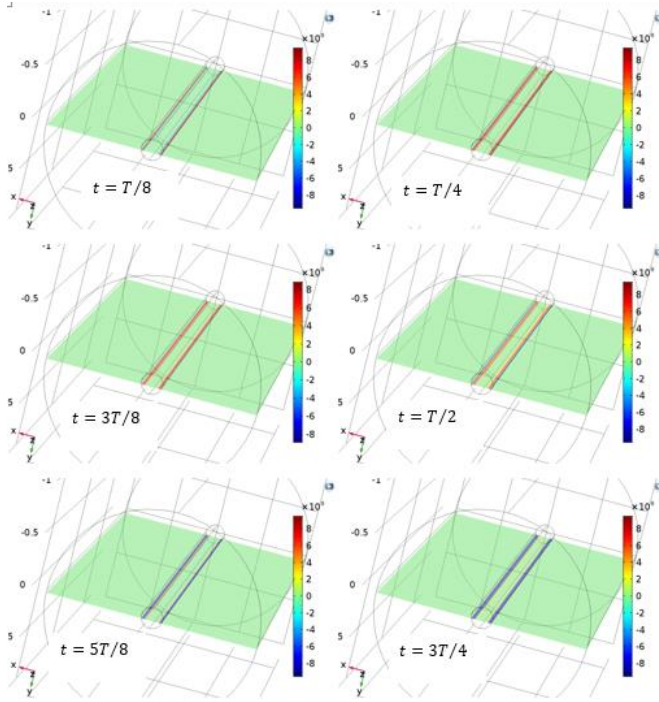
$$P = 2 \int_{1/(4f)}^{3/(4f)} dt \iiint \mathbf{J} \mathbf{E} dV \quad (5)$$

ifadesi ile hesaplandı. Burada 2 çarpanı bir tam periyot üzerinden hesaplanan kayıp için kullanılmıştır. Benzeşimlerde H-Formülasyonu için yüzey üzerinden $I_a = \int J dS$ biçiminde bir kısıtlama “constrain” uygulanmıştır. Ancak, geliştirilen yöntemde akım ve potansiyel fark üzerinde ayrıca bir kısıtlamaya gerek olmamaktadır.



Şekil 2. Uygulanan akımın genliğine karşı geliştirilen 3D yöntem ve 2D H-Formülasyonun kullanılarak hesaplanan kayıpların karşılaştırılması.

Şekil 2’de her iki yöntemin karşılaştırılması verilmektedir. Akımın genliği $I_{max}=0.9I_c$ den başlayarak $I_{max}/10$ ’ar adımlarla azaltılmıştır. Şekilden de görüleceği üzere yüksek akım genliklerinde $I_a \geq I_c/2$ akım genliklerinde aralarındaki fark %1 civarındadır. Ancak düşük akım genliklerinde ise 2B H-Formülasyonu ve geliştirilen 3B yöntem ile hesaplanan kayıp değerleri arasında önemli farklılıkların olduğu ortaya çıkmaktadır. Bunun en önemli nedeni düşük akım genlikleri ile çalışırken AV –Formülasyonu için daha yoğun örgüleme yapılması gerekmesindedir. Bunu düzeltmek için iki yöntemi vardır; ya düşük örgüleme yapılacak ya da program içerisinde tanımlanan nispi tolerans ve mutlak tolerans değerleri $10^{-10} \sim 10^{-12}$ seviyelerine düşürülecektir. Yapılacak bu değişikliklerin ikisi de hesaplama zamanını uzatmaktadır. Burada dikkat çekilmesi gereken en önemli nokta geliştirilen 3B yöntemin 2B- H Formülasyonu ile yapılan hesaba göre yaklaşık 3 kat daha hızlı olmasıdır. Bu yöntemin en önemli başarısı olarak görülebilir.



Şekil 3. $I_{max} = 150 A$ ve $f = 50 Hz$ seçilerek, uygulanan akımın $T/8$ ile $3T/4$ aralığında süperiletken tel içerisinde hesaplanan akım dağılımları.

Şekil 3'de çeşitli zamanlar için süperiletken telde oluşan akım dağılımları gösterilmektedir. Şekilden de görüleceği üzere dış akım artıka süperiletken telin yüzeylerine yapın bölgelerde süper akımlar indüklenmekte ve telin içerisinde akımın akmadığı bir bölge oluşmaktadır. Akım maksimum değerinde azaltılmaya başlandığında ise aynı şekilde telin dış yüzeylerinde zıt yönde akım indüklenmektedir. Aynı şekilde akım azaltılması durumunda da akımın akmadığı bir bölge korunmaktadır. Bu durum tipik bir süperiletken malzemenin transport akıma karşı verdiği tepkidir. Akımın dış yüzeylerden akması kaybın artmasına neden olmaktadır. Kroyojenik dizaynında göz önüne alınması gereken bir durum olarak görülmelidir.

IV. SONUÇ

A-V formülasyonu esas alınarak, zamana bağlı bir akım altında 3B süperiletken telin elektromanyetik özelliklerini çözmek için yeni bir sayısal model geliştirilmiştir. Önerilen yöntem literatürde kullanılan 2B H formülasyonu ile kıyaslanmış ve modeller arasında oldukça iyi bir uyum gözlenmiştir. Ancak, önerilen model ile hesaplama süresinde mevcut modellere kıyasla önemli ölçüde iyileştirme elde edilmiştir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma, TÜBİTAK tarafından desteklenmiştir (Proje No: 114F424).

REFERANSLAR

- [1] F. Grilli, "Numerical modeling of HTS applications," IEEE Trans. Appl. Supercond. vol. 26, no. 3, pp. 0500408, Apr. 2016.
- [2] N. Amemiya, N. Enomoto and S. Shunsuke, "FEM analysis of AC loss in twisted Bi-2223 multifilamentary tapes carrying AC transport current in AC transverse magnetic field with arbitrary orientation," IEEE Trans. Appl. Supercond. vol. 14 pp. 782-785, Jun. 2004.
- [3] N. Banno and N. Amemiya, "Theoretical model of twisted high T-c superconducting tapes for numerical alternating-current loss calculations," J. Appl. Phys. vol. 85, pp. 4243-4249, Apr. 1999.
- [4] N. Amemiya, F. Kimura, and T. Ito, "Total ac loss in twisted multifilamentary coated conductors carrying ac transport current in ac

- transverse magnetic field," IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 17, no. 2, pp. 3183-3186, Jun. 2007.
- [5] R. Pecher, M. D. McCulloch, S. J. Chapman, L. Prigozhin and C. M. Elliott, Proc. 6th EUCAS, pp 1-11, 2003.
- [6] K. Kajikawa, T. Hayashi, R. Yoshida, M. Iwakuma and K. Funaki, "Numerical evaluation of AC losses in HTS wires with 2D FEM formulated by self magnetic field," IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 13, no. 2, pp. 3630-3633, Jun. 2003.
- [7] Z. Hong, A. M. Campbell and T. A. Coombs, "Numerical solution of critical state in superconductivity by finite element software," Supercond. Sci. Technol., vol. 19, no. 12, pp. 1246-1252, Dec. 2006.
- [8] R. Brambilla, F. Grilli and L. Martini, "Development of an edge-element model for AC loss computation of high-temperature superconductors," Supercond. Sci. Technol., vol. 20, no. 1, pp. 16-24, Jan. 2007.
- [9] L. Prigozhin, "Solution of thin film magnetization problems in type-II superconductivity," IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 144, no. 1, pp. 180-193, Jul. 1998.
- [10] G. Barnes, M. McCulloch and D. Dew-Hughes, "Computer modelling of type II superconductors in applications," Supercond. Sci. Technol., Vol. 12, no. 8, pp. 518-522, Aug. 1999.
- [11] S. Stavrev, F. Grilli, B. Dutoit, N. Nibbio, E. Vinot, I. Klutsch, G. Meunier, P. Tixador, Y. Yang and E. Martinez, "Comparison of numerical methods for modeling of superconductors," IEEE Trans. Mag., vol. 38, no. 2, pp. 849-852, Mar. 2002.
- [12] A. M. Campbell, "A direct method for obtaining the critical state in two and three dimensions," Supercond. Sci. Technol. vol. 22, pp. 034005, Mar. 2009.
- [13] N. Amemiya, S. Murasawa, N. Banno and K. Miyamoto, "Numerical modelings of superconducting wires for AC loss calculations," Physica C, vol. 310, no. 1-4, pp. 16-29, Dec. 1998.
- [14] N. Amemiya, K. Miyamoto, S. Murasawa, H. Mukai and K. Ohmatsu, "Finite element analysis of AC loss in non-twisted Bi-2223 tape carrying AC transport current and/or exposed to DC or AC external magnetic field," Physica C, vol. 310, no. 1-4, pp. 30-35, Dec. 1998.
- [15] G. Meunier, Y. Floch and C. Guerin, "A nonlinear circuit coupled t-t(0)-phi formulation for solid conductors," IEEE Trans. Magn., vol. 39, no. 3, pp. 1729-1732, May 2003.
- [16] M. D. Ainslie and H. Fujishiro, "Modelling of bulk superconductor magnetization," Supercond. Sci. Technol., vol. 28, pp. 053002, Mar. 2015.
- [17] M. Zhang and T. A. Coombs, "3D modeling of high-Tc superconductors by finite element software" Supercond. Sci. Technol., vol. 25 pp. 015009, Dec. 2012.
- [18] V. M. Rodriguez-Zermeño, F. Grilli, F. Sirois, "A full 3D time-dependent electromagnetic model for Roebel cables," Supercond. Sci. Technol., vol. 26, no. 5, pp. 052001, May 2013.
- [19] V. M. R. Zermeño and F. Grilli, "3D modeling and simulation of 2G HTS stacks and coils," Supercond. Sci. Technol., vol. 27, no. 4, pp. 044025, Apr. 2014.
- [20] F. Grilli, R. Brambilla, F. Sirois, A. Stenvall and S. Memiaghe, "Development of a three-dimensional finite-element model for high temperature superconductors based on the H-formulation," Cryogenics, vol. 53, pp. 142-147, Jan. 2013.
- [21] K. Takeuchi, N. Amemiya, T. Nakamura, O. Maruyama, and T. Ohkuma, "Model for electromagnetic field analysis of superconducting power transmission cable comprising spiraled coated conductors," Supercond. Sci. Technol., vol. 24, p. 085014, Aug. 2011.
- [22] M. Nii, N. Amemiya and T. Nakamura, "Three-dimensional model for numerical electromagnetic field analyses of coated superconductors and its application to Roebel cables," Supercond. Sci. Technol., vol. 25, no. 9, pp. 095011, Sep. 2012.
- [23] H.M. Zhang, M. Zhang, and W.J. Yuan, "An efficient 3D finite element method model based on the T-A formulation for superconducting coated conductors" Supercond. Sci. Technol. vol. 30, no. 2, pp. 095011, Feb. 2017.
- [24] S. Yildiz, F. Inanir, A. Cicek, F. Gomory, "Numerical study of AC loss of two-layer HTS power transmission cables composed of coated conductors with a ferromagnetic substrate," Turk. J. Elec. Eng. & Comp. Sci., vol. 25, pp. 3528 - 3539, Oct. 2017.